

一种基于模态实验的结合面接触刚度计算方法

胡殿印, 司武林, 魏佳明, 王荣桥

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 在赫兹接触与 Greenwood-Williamson(G-W)模型的基础上, 推导带系数的接触刚度公式, 提出了一种基于模态实验的结合面接触刚度计算方法. 通过数值仿真分析获得1阶固有频率与接触刚度系数的关系曲线, 结合1阶固有频率的实验结果确定接触刚度系数, 进而确定接触刚度公式. 应用所得公式仿真计算不同几何模型、不同离心力下系统的1阶固有频率以及激振力作用下系统的振动响应, 并与实验数据对比, 1阶固有频率的最大误差为1.73%, 振动响应的最大误差为9.5%, 结果吻合, 验证了计算方法的准确性; 同时研究了结合面干摩擦阻尼对系统的减振效果, 结果显示在1阶固有频率附近, 干摩擦阻尼具有明显的减振效果.

关 键 词: 接触刚度; 干摩擦阻尼; 粗糙结合面; G-W模型; 模态实验

中图分类号: V231.92

文献标志码: A

A calculation method of contact stiffness between interfaces based on modal experiment

HU Dian-yin, SI Wu-lin, WEI Jia-ming, WANG Rong-qiao

(School of Energy and Power Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A calculation method was proposed to calculate contact stiffness between interfaces in a view of modal experiment on the basis of Hertz contact and Greenwood-Williamson (G-W) model. Formula with coefficient for calculating contact stiffness was deduced; afterwards the first order natural frequency curves with various contact stiffness coefficients were drawn by using numerical simulation. The contact stiffness coefficient was chosen via experiment data of the first order natural frequency, and then the formula for calculating contact stiffness was obtained. The first order natural frequencies under different centrifugal forces and different geometry models together with vibration response under exciting force were calculated using corrected formula, and comparisons were made with experiment data. The maximum calculation error of the first order natural frequency is 1.73% and that of vibration response is 9.5%, which agree well with experiment data and testify the validity of method. Analysis of damping effect caused by dry friction on system vibration attenuation was also conducted and evident vibration attenuation is found near the first order natural frequency.

Key words: contact stiffness; dry friction damping; rough interface;

G-W model; modal experiment

收稿日期:2013-08-23

基金项目:国家自然科学基金(51305012,51375031);教育部博士点基金(201111102120011)

作者简介:胡殿印(1980—),女,辽宁朝阳人,副教授,博士,主要从事航空发动机结构强度振动可靠性、多学科优化设计等研究.

航空发动机叶片减振设计时,广泛采用干摩擦阻尼器(缘板、凸尖、榫接、叶冠),在进行带阻尼器叶片系统振动特性分析时,接触刚度直接影响结合面之间的摩擦力以及黏滞-滑移转换,从而影响系统的固有频率及响应^[1].传统叶盘振动特性分析,假设叶片和轮盘处于固支状态,从而增大了接触刚度,计算得到的固有频率和响应与实际差别较大.而在进行考虑接触的叶盘振动特性研究时,接触刚度是影响系统振动特性的重要参数,所以开展结合面接触刚度研究具有重要意义.

为此,国内外学者在接触刚度的计算方法方面开展了一系列研究,如史亚杰等^[2],Brizmera等^[3]应用了一种利用有限元法求解阻尼器接触刚度的方法.该方法研究了圆弧面与平面接触下的接触刚度,是一种理想状态,不能很好地反映实际粗糙结合面的接触特性. Berthoud 和 Baumberger^[4]从实验的角度分析了正压力、材料等因素对接触刚度的影响.由于切向位移大小为微米级别,该实验对仪器的精度要求特别高,工程中往往难以实现.刘意等^[5]在其基础上,提出了一种改进的实验方法,减小了实验误差.唐强等^[6]提出了一种三维真实粗糙结合面接触刚度研究方法,利用奥林巴斯 LEXT OLS4000 激光共焦显微镜测得粗糙结合面真实表面形貌,进行处理后,导入 ANSYS 软件进行计算.张学良、田红亮等^[7-9]进行了一系列关于结合面接触刚度分型模型的理论研究,但是需要确定的参数过多,在工程应用上具有一定的局限性. Valentin^[10]从赫兹接触、G-W 模型^[11-12]等方面,给出了接触刚度的计算公式.该公式对微凸体均值位置的无量纲化取近似值,存在一定的误差.

本文在文献[10]的基础上,推导了带系数的接触刚度公式,提出了一种基于模态实验的接触刚度计算方法.通过 Matrix 27 单元模拟结合面的法向刚度和切向刚度,仿真计算得到系统 1 阶固有频率与接触刚度系数的关系曲线,拟合为函数关系,结合 1 阶固有频率实验结果,选取接触刚度系数,确定接触刚度公式.在工程上,1 阶固有频率易于测量,本文结合模态实验与数值仿真计算,得到接触刚度公式,在工程上易于实现,具有一定的应用意义.

1 带系数的接触刚度公式推导

实际工程中的接触表面都不是绝对光滑的,而是由许多微观的不规则的凸峰与凹谷组成的粗

糙表面.结合面实际结合面积远远小于名义结合面积,因此计算真实接触刚度需要对表面粗糙形貌进行模拟.

G-W 模型将实际表面看做是随机粗糙的,假设所有的粗糙顶尖(微凸体)有相同的曲率半径,且顶峰的高度在均值附近随机分布,如图 1 所示.假设接触顶峰的变形可以看做是相互独立的,那么顶峰的高度分布最为重要,用最大高度 z 的函数 $\Phi(z)$ 来描述微凸体的概率密度.

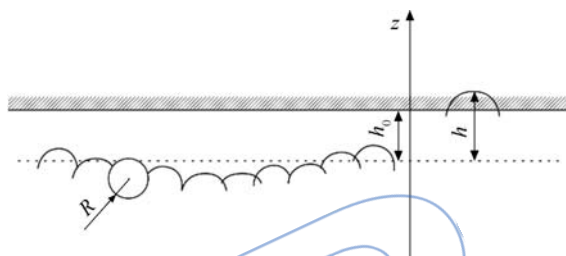


图 1 G-W 模型随机表面
Fig. 1 Random surface of G-W model

假设顶峰的高度分布为

$$\Phi(z) = \left[\frac{1}{2\pi l^2} \right]^{1/2} \exp \left[-\frac{z^2}{2l^2} \right] \quad (1)$$

式中 l 为高度分布的方均根,表征粗糙程度.以均值位置为 z 轴原点,与刚性平面相距 h_0 ,假设忽略微凸体之间的弹性相互作用,所有高度 $|z| > |h_0|$ 的微凸体都与刚性平面接触,压入深度为 $d = h - h_0$,对于单个接触有 $a^2 = dR$,其中 a 为单个接触体接触半径, R 为微凸体曲率半径,所以单个微凸体结合面积为

$$\Delta A = \pi a^2 = \pi dR = \pi(h - h_0)R \quad (2)$$

假设微凸体总数为 N ,利用赫兹接触的理论解,对所有接触微凸体积分,可以得到组合面积和法向力分别为

$$A = \int_{h_0}^{\infty} N\Phi(h)\pi R(h - h_0)dh \quad (3)$$

$$F_n = \int_{h_0}^{\infty} N\Phi(h) \frac{4}{3} ER^{1/2} (h - h_0)^{3/2} dh \quad (4)$$

其中 E 为弹性模量.定义无量纲变量 $\xi = h/l$, $\xi_0 = h_0/l$,同时定义接触长度 L 为直径的总和,那么

$$L = \sum 2a_i = \int_{h_0}^{\infty} 2N\Phi(h)\sqrt{R(h - h_0)}dh \quad (5)$$

接触长度和法向力 F_n 比值等于

$$\frac{L}{F_n} = \frac{3}{2E^* l} \frac{\int_{\xi_0}^{\infty} [\exp(-\xi^2/2)] \cdot (\xi - \xi_0)^{-1/2} d\xi}{\int_{\xi_0}^{\infty} [\exp(-\xi^2/2)] \cdot (\xi - \xi_0)^{-3/2} d\xi}$$

其中 $E^* = \frac{E}{1-\nu^2}$, ν 为泊松比. 由赫兹接触的理论解^[13]可以得到法向刚度

$$k_n = \frac{F_n}{u_z} = 2\alpha E^* \quad (7)$$

其中 u_z 为法向位移.

联立式(6)与式(7),可以得到

$$k_n = \frac{3F_n}{2l} \frac{\int_{\xi_0}^{\infty} [\exp(-\xi^2/2)] \cdot (\xi - \xi_0)^{-1/2} d\xi}{\int_{\xi_0}^{\infty} [\exp(-\xi^2/2)] \cdot (\xi - \xi_0)^{-3/2} d\xi} \quad (8)$$

由文献[10]可知,对于不同材料、不同加工工艺, ξ_0 不是一个定值,但不随着正压力变化;对于已经加工完成的某种材料 ξ_0 是确定的,可以得到带系数的法向刚度公式为

$$k_n = \frac{3F_n}{2l} \times \frac{1}{k} \quad (9)$$

式中 k 为接触刚度系数. 利用 Mindilin 理论^[14]中法向刚度与切向刚度的关系,得到切向刚度为

$$k_t = \frac{2(1-\nu)}{2-\nu} k_n \quad (10)$$

2 接触刚度系数确定流程

以文献[15]中的实验装置(图2)为例,进行数值模拟,结合实验结果,确定接触刚度公式.

对图2中的实验装置进行仿真计算,有限元模型如图3所示,叶片榫头施加正压力为0.54 kN,上、下燕尾槽模拟件全约束.

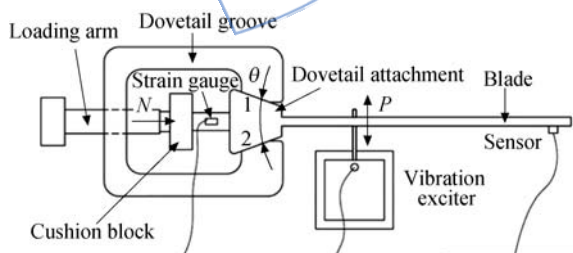


图2 实验装置简图

Fig. 2 Sketch of experiment facility

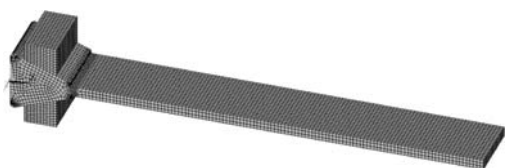


图3 实验装置有限元模型

Fig. 3 Finite element model of experiment facility

首先对系统进行静力分析,计算结果如图4所示. 结合面等效应力在两端较大,中间较小,分布不均匀,所以需要考虑局部刚度以及局部滑移效应. 提取结合面对应节点的等效应力,存储为数组.

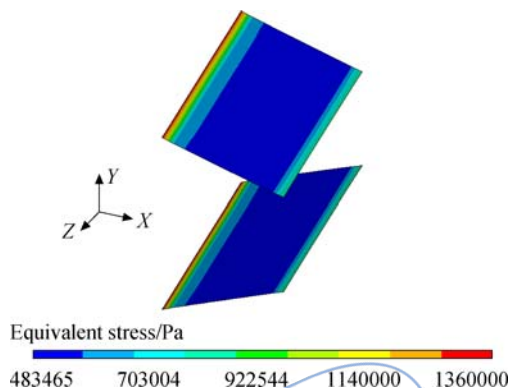


图4 静力分析结合面等效应力分布

Fig. 4 Equivalent stress distribution on interface according to static analysis

然后,用Matrix 27单元^[16]模拟结合面接触特性. 如图5所示,要求叶片和燕尾槽结合面节点一一对应,每个节点即为库仑节点. 考虑结合面上每对库仑节点的力学特性,以模拟局部刚度及局部滑移效应.

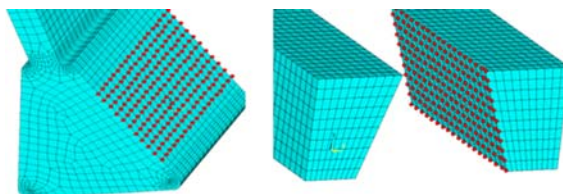


图5 结合面上库仑节点

Fig. 5 Coulomb points on interface

对于每组库仑节点对,它们之间的力学关系可以用一个法向弹簧、一个切向弹簧和一个库仑摩擦元来表示. 把所有的点对并联起来,用以模拟结合面的整体接触力学特性.

图6所示的库仑节点对的力学特性可用Matrix 27单元^[14]表示. 该矩阵单元连接两个库仑节点,每个库仑节点有6个自由度,可以输入切向、法向的刚度及阻尼并整合到整体刚度矩阵和阻尼矩阵中. 法向刚度通过式(9)计算得到;结合面干摩擦力是非线性力,采用谐波平衡法^[8]对干摩擦力进行线性化,推导得到其对系统的附加切向刚度 k_{eq} ,如式(11)所示.

$$k_{eq} = - \left\{ \frac{4\mu p_n \sin \theta^*}{\pi D} + \frac{k_t [2\theta^* + \sin(2\theta^*) - 4\sin \theta^*]}{2\pi} \right\}$$

$$\theta^* = \arccos \left(1 - \frac{2\mu p_n}{k_t D} \right) \quad (11)$$

式中 μ 为摩擦因数, p_n 为正压力, D 为最大滑移位移;当结合面黏滞时, $k_{eq} = k_t$; θ^* 代表黏滞和滑移状态的一个转折点。

根据静力分析结果、式(9)和式(11),编写程序,在结合面之间添加 Matrix 27 单元,如图 7 所示。

最后进行模态分析,得到系统的 1 阶固有频率;改变式(9)中的接触刚度系数 k ,得到不同 k 下,系统的 1 阶固有频率,并绘制得到 1 阶固有频率 f 与接触刚度系数 k 的关系曲线,如图 8 所示。

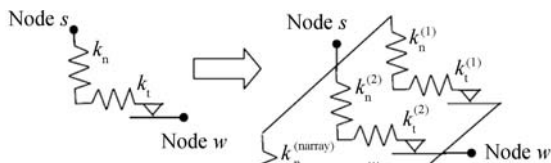


图 6 离散微动滑移模型

Fig. 6 Discrete micro-slip model

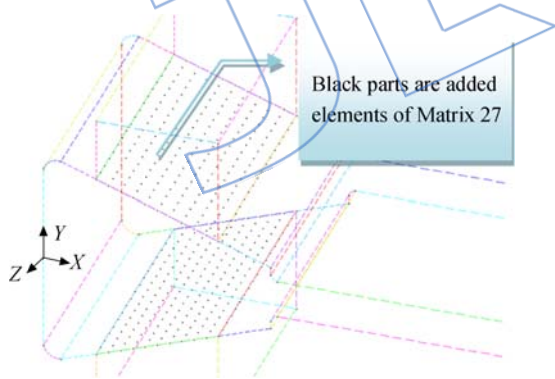


图 7 Matrix 27 单元的添加

Fig. 7 Addition of element Matrix 27

对曲线进行多项式拟合,得到 f 与 k 的函数关系为

$$f = -7.04 \times 10^{-5} k^4 + 3.152 \times 10^{-3} k^3 - 3.72 \times 10^{-2} k^2 - 0.5111k + 88.41 \quad (12)$$

实验测得离心力为 0.54 kN 下,系统的 1 阶固有频率为 77.28 Hz,把它代入到式(12)中,求得 $k=18.243$,得到法向接触刚度公式为

$$k_n = \frac{F_n}{12.162l} \quad (13)$$

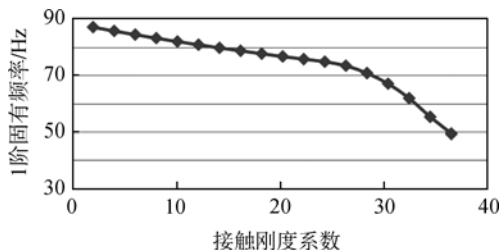


图 8 1 阶固有频率与接触刚度系数关系曲线

Fig. 8 Relationship curve of first order natural frequency and contact stiffness coefficient

切向接触刚度公式为

$$k_t = \frac{2(1-\nu)}{2-\nu} k_n = \frac{2(1-\nu)}{2-\nu} \cdot \frac{F_n}{12.162l} \quad (14)$$

3 实验验证

由式(8)和式(9)可知,接触刚度系数仅与微凸体均值位置的无量纲值有关.那么对于相同材料、相同加工工艺的装配体,接触刚度系数相同.为了验证本文所提出方法的准确性,本文从 3 个方面进行实验验证。

3.1 不同离心力下计算结果与实验结果对比

基于图 2 的实验装置,应用已得的接触刚度公式,仿真计算得到离心力为 0.82, 0.95, 1.5, 1.9, 3.74 kN 时,系统的 1 阶固有频率,并与实验结果对比,结果如图 9 所示。

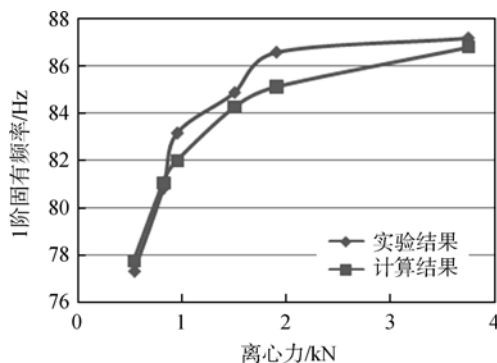


图 9 1 阶固有频率与离心力关系曲线

Fig. 9 Relationship curves of first order natural frequency and centrifugal force

把结合面节点合并(相当于叶片与燕尾槽固支),此时计算出系统的 1 阶固有频率为 88.62 Hz。

由图 9,当离心力为 1.9 kN 时,此时实验结果与理论结果相差最大为 1.73%,在可以接受的范围内。

随着正压力的增大,系统 1 阶固有频率逐渐

增大;由式(8)可知,正压力增大,接触刚度增大,系统总刚度也增大,所以1阶固有频率增大.而当接触刚度无限大时,相当于结合面固支,此时计算得到的1阶固有频率为88.62 Hz,所以曲线应无限接近88.62 Hz,并且曲率逐渐减小,图9中的曲线与分析结果一致.

3.2 不同结构模型下计算结果与实验结果对比

选取叶片榫头夹角 $\theta=120^\circ$ 的另外一组叶片做对比验证,叶片材料不变,加工工艺相同,模型如图10所示.应用式(13)和式(14)分别计算离心力为0.28,0.52,0.9,1.21,1.82,2.38 kN下系统的1阶固有频率,并与实验结果对比,结果如图11所示.

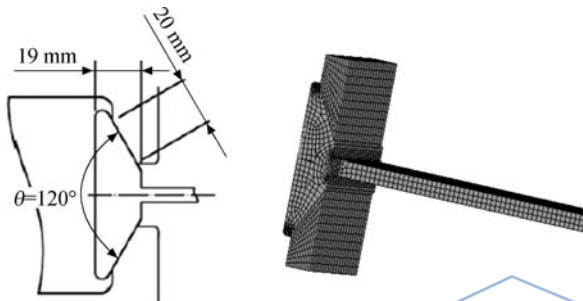


图10 榫头夹角为 120° 的模型
Fig. 10 Model with 120° tenon angle

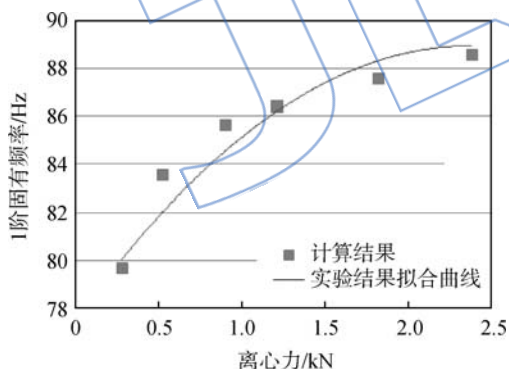


图11 1阶固有频率与离心力关系曲线($\theta=120^\circ$)
Fig. 11 Relationship curve of first order natural frequency and centrifugal force ($\theta=120^\circ$)

离心力为0.9 kN时,实验结果与计算结果相差最大,为1.698%,在可以接受的范围内,计算结果分布趋势与实验结果趋势相同.

3.3 激振力下,振动响应计算结果与实验结果对比

基于图2的实验装置,选取离心力为0.54 kN,激振力幅值为10 N,应用式(13)和式(14),采用基于离散微动滑移模型的等效线性化方法^[17-18],计

算得到系统的频响曲线,并与实验结果对比;为了研究干摩擦阻尼的减振效果,同时计算了不考虑干摩擦阻尼情况下的频响曲线,如图12所示.

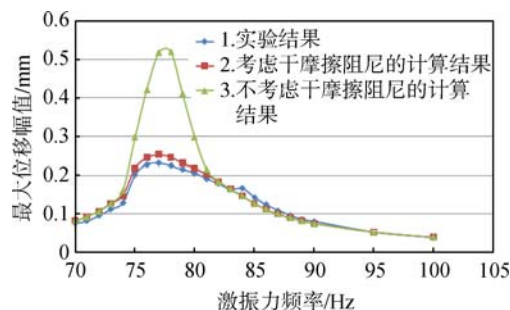


图12 最大位移幅值与激振力频率关系曲线
Fig. 12 Relationship curves of maximum displacement amplitude and exciting frequency

当激振力频率为77 Hz,接近系统1阶固有频率(77.28 Hz)时,此时频响曲线都达到峰值:实验最大位移幅值为0.231 mm,考虑干摩擦阻尼最大位移幅值为0.253 mm,不考虑干摩擦阻尼最大位移幅值为0.518 mm.

对比曲线1和曲线2,激振力频率为77 Hz时,计算结果与实验结果最大误差为9.5%,在可以接受的范围内.计算得到的曲线与实验曲线具有相同的趋势.

对比曲线2和曲线3可知,激振力频率接近1阶固有频率时,干摩擦阻尼具有明显的减振效果.

激振力频率小于74 Hz和大于82 Hz时,曲线2和曲线3吻合,此时,干摩擦阻尼对系统没有减振效果,结合面处于黏滞状态.

激振力频率等于74 Hz时,曲线3最大位移幅值为0.16 mm,曲线2最大位移幅值为0.147 mm,最大位移幅值开始减小,此时,结合面开始发生局部滑移.

激振力频率大于74 Hz,小于82 Hz,此时结合面干摩擦阻尼对系统具有明显的减振效果.77 Hz处具有最大减振效果,此时最大位移幅值减小了51.16%.

综合3组实验验证结果可知,对于不同离心力,不同结构模型,模态计算结果与实验结果都吻合地很好;振动响应计算结果与实验结果也较为吻合,说明本文提出的方法能够比较准确地计算结合面接触刚度.在此基础上,研究干摩擦阻尼的减振效果可知:激振力频率接近1阶固有频率时,干摩擦阻尼具有明显的减振效果.

4 结 论

本文在赫兹接触和 G-W 模型的基础上,提出了一种基于模态实验的结合面接触刚度计算方法,并与实验结果对比验证,主要结论如下:

1) 在赫兹接触和 G-W 模型基础上推导了带系数的接触刚度公式;数值计算分析得到 1 阶固有频率与接触刚度系数的关系曲线,并拟合为函数关系;根据 1 阶固有频率的实验数据确定接触刚度系数,进而确定接触刚度公式。

2) 以文献[15]中的实验装置为例,计算得到接触刚度公式;应用已得公式,分别仿真计算不同正压力、不同结构模型系统的 1 阶固有频率,与实验数据对比,结果较为吻合,验证了本文所提出方法的准确性。

3) 利用得到的接触刚度公式,应用基于离散微动滑移模型的等效线性化方法,分析了激振力下系统的振动响应,并与实验结果对比,结果较为吻合,进一步验证了本文方法的准确性。

4) 在此基础上,研究了干摩擦阻尼的减振效果,结果表明,在 1 阶固有频率附近,干摩擦阻尼具有明显的减振效果,远离 1 阶固有频率,没有减振效果。

工程中,1 阶固有频率是一个较为容易测量的量,本文基于 1 阶固有频率实验数据,结合仿真计算,得到结合面接触刚度公式,并应用于分析结合面干摩擦阻尼的减振效果,在工程上具有一定的应用意义。

参考文献:

- [1] 单颖春,朱梓根,刘献栋.凸肩结构对叶片的干摩擦减振研究:规律分析[J].航空动力学报,2006,21(1):174-180.
SHAN Yingchun, ZHU Zigen, LIU Xiandong. Investigation of the vibration control by frictional constraints between blade shrouds-rule analysis[J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(1): 174-180. (in Chinese)
- [2] 史亚杰,朱梓根.阻尼器切向接触刚度的有限元分析及应用[J].航空动力学报,2009,24(6):1292-1298.
SHI Yajie, ZHU Zigen. Finite element analysis and application of friction damper tangential contact stiffness[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(6): 1292-1298. (in Chinese)
- [3] Brizmer V, Kligerman Y, Etsion L. Elastic-plastic spherical contact under combined normal and tangential loading in full stick[J]. Tribology Letters, 2007, 25(1): 61-70.
- [4] Berthoud P, Baumberger T. Shear stiffness of a solid-solid multi-contact interface[J]. Mathematical Physical and Engineering Science, 1998, 454(1974): 1615-1634.
- [5] 刘意,刘恒,易均.切向接触刚度测量方法的理论改进[J].西安交通大学学报,2012,46(1):66-69.
- LIU Yi, LIU Heng, YI Jun. Theoretical modification for the measurement method of shear contact stiffness[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2012, 46(1): 66-69. (in Chinese)
- [6] 唐强,王崑,龚水清.三维真实粗糙结合面法向接触刚度研究[J].机械设计,2012,29(11):8-11.
TANG Qiang, WANG Wei, GONG Shuiqing. Study on normal contact stiffness of three-dimensional real rough joint surface[J]. Journal of Machine Design, 2012, 29(11): 8-11. (in Chinese)
- [7] 张学良,温淑花,徐格宁,等.结合部切向接触刚度分形模型研究[J].应用力学学报,2003,20(1):70-72.
ZHANG Xueliang, WEN Shuhua, XU Gening, et al. Fractal model of the tangential contact stiffness of machined surface in contact[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2003, 20(1): 70-72. (in Chinese)
- [8] 张学良,黄美玉,傅卫平.粗糙表面法向接触刚度的分形模型[J].应用力学学报,2000,17(2):31-35.
ZHANG Xueliang, HUANG Meiyu, FU Weiping. Fractal model of normal contact stiffness between rough surface [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2000, 17(2): 31-35. (in Chinese)
- [9] 田红亮,方子帆,朱大林.固定接触界面切向静弹性刚度问题研究[J].应用力学学报,2011,28(5):458-464.
TIAN Hongliang, FANG Zifan, ZHU Dalin. Research of static shear stiffness on fixed contact interface[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2011, 28(5): 458-464. (in Chinese)
- [10] Valentin L P. 接触力学与摩擦学的原理及其应用[M].李强,译.北京:清华大学出版社,2011.
- [11] Greenwood J A, Williamson J B P. Contact of nominally flat surface[J]. Proceeding of the Royal Society of London: Series A, Mathematical and Physical Sciences, 1996, 295(1442): 300-319.
- [12] Jones R E. A Greenwood-Williamson model of small-scale friction[J]. Journal of Applied Mechanics, 2007, 74(1): 31-40.
- [13] 徐芝纶.弹性力学[M].北京:高等教育出版社,2009.
- [14] Mindlin R D. Compliance of elastic bodies in contact[J]. Journal of Applied Mechanics, 1949, 16: 259-268.
- [15] Shangguan B, Xu Z. Experimental study of friction damping of blade with loosely assembled dovetail attachment [J]. Journal of Power and Energy, 2012, 226(6): 738-750.
- [16] 韩乐.叶冠干摩擦阻尼分析及优化设计[D].北京:北京航空航天大学,2012.
HAN Le. Dry friction damping analysis and optimization design of turbine blade shroud[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012. (in Chinese)
- [17] Iwan W D. On a class of models for the yielding behavior of continuous and composite systems[J]. Journal of Applied Mechanics, 1967, 89(6): 612-617.
- [18] 司武林.涡轮榫接结构振动特性分析及试验验证[D].北京:北京航空航天大学,2013.
SI Wulin. Study on dynamic characters of turbine bladed disk with joint and experimental verification[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013. (in Chinese)